

Klasse BVKT1
3. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 06.07.2017

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f_k : x \mapsto \frac{x^2 + k}{2x + 4}$ mit $k \in \mathbb{R}$ in ihrer maximalen Definitionsmenge D_{\max} .

- 1.1 Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge D_{\max} . [6]
Berechnen Sie den Wert von k , für den die Funktion f_k eine stetig fortsetzbare Definitionslücke besitzt. Geben Sie für diesen Fall den Funktionsterm f^* in möglichst einfacher Form an und beschreiben Sie, wie der Graph von f^* verläuft.
- 1.2 Bestimmen Sie Anzahl und Lage der Nullstellen von f_k in Abhängigkeit von k . [6]
- 1.3 Ermitteln Sie für $k \neq -4$ Art und Gleichungen aller Asymptoten des Graphen von f_k . [5]
- 1.4 Bestimmen Sie k so, dass die Gerade mit $y = -1$ den Graphen von f_k berührt. [6]
Geben Sie an, welcher besondere Punkt der Berührungspunkt für den Graphen von f ist.
- 1.5 Begründen oder widerlegen Sie die folgende Behauptung: [3]
“Es gibt auch Geraden, die den Graphen von f_k in zwei Punkten berühren.“
Beziehen Sie sich in Ihrer Begründung auch auf die Struktur der Berechnung in Aufgabe 1.4

Ab nun gilt: $k = -3$.

- 1.6 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von $G(f_{-3})$ mit den Koordinatenachsen. [5]
Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse und geeigneter Funktionswerte die Graphen von f_{-3} für $-7 \leq x \leq 5$ und die der Asymptoten in das vorhandene Koordinatensystem.

**Die Berechnungen von Aufgabe 2 und Aufgabe 3 sind ohne Benennungen durchzuführen.
Runden Sie die Ergebnisse, falls erforderlich, auf drei Nachkommastellen.**

Aufgabe 2

- 2.0 Herr K. hat von einem dubiosen Anlageberater gehört, der eine jährliche Rendite von 14% verspricht. Die Zinsen werden am Ende eines Jahres zum Kapital dazugeschlagen.
Als misstrauischer Anleger möchte Herr K. mit einem Startkapital von 5000€ einsteigen.
- 2.1 Geben Sie den Funktionsterm $K(t) = K_0 \cdot b^t$ für das Kapital mit eingesetzten Zahlenwerten an, [4]
wobei t die Zeit in Jahren ist. Berechnen Sie $K(t)$ auch in der Form $K(t) = K_0 \cdot e^{ct}$.
(Zur Kontrolle: $c \approx 0,13$)
- 2.2 Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich das Startkapital verdoppeln würde. [4]
- 2.3 Nach drei Jahren hat Herr K. weitere 4000€ gespart, die er in die Geldanlage einzahlen will. [3]
Geben Sie den Funktionsterm $G(t)$ an, der das Gesamtkapital der Anlage für $t > 3$ beschreibt.

Aufgabe 3

- 3.0 Die Funktion s mit $s(t) = 7 \cdot (1 - e^{-0,33 \cdot t})$ beschreibt für $t \geq 0$ modellhaft den zurückgelegten Weg (in Meter) eines elektrisch betriebenen Spielzeugautos, dessen Batterien schon fast entladen sind.
 t ist die verstrichene Zeit in Sekunden seit dem Start des Autos.
- 3.1 Begründen Sie, wie weit das Auto fährt, bis die Batterien vollständig entladen sind. [3]
- 3.2 Stellen Sie die zurückgelegte Strecke in Abhängigkeit von der Zeit in einem geeigneten [4]
Diagramm für $0 \leq t \leq 8$ dar.
- 3.3 Ermitteln Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit des Autos während der ersten fünf Sekunden, [5]
sowie die Momentangeschwindigkeit beim Start des Autos.